ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – DAKAR

AVRIL 2019

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

**ISE Option Mathématiques**

**ORDRE GÉNÉRAL**
**(Durée de l'épreuve : 4 heures)**

**Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.**

## Sujet n° 1

*« Si tout est permis, rien n'est permis »*, Que pensez-vous de cette citation de Vladimir Jankélévich (1903-1986), philosophe français, tiré de son essai *L'Ironie* publié en 1950 ?

## Sujet n° 2

Peut-on négocier la paix avec des criminels ? Vous argumenterez et illustrerez vos propos.

## Sujet n° 3

*« Migrations, émigrations, conquêtes, aucune portion de l'humanité n'est restée au lieu de son origine (…) nous sommes tous des exilés »*, que pensez-vous de cette citation de Barbara Cassin, philologue et membre de l'Académie française, tiré de son ouvrage *La nostalgie : quand donc est-on chez soi ?* paru en 2018 ?

ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA - ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE - DAKAR

AVRIL 2019

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

**ISE Option Mathématiques**

**$1^{\text{ère}}$ COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES**

**(Durée de l'épreuve : 4 heures)**

Le sujet est constitué de deux problèmes indépendants. Tout résultat donné dans l'énoncé pourra être admis dans les questions suivantes. Le plus grand soin sera apporté à la rédaction et à la présentation des résultats.

# 1 Problème d'analyse

Dans toute la composition, $\mathbb{R}$ désigne l'ensemble des nombres réels. Soit $d$ un entier égal à 1 ou 2. On note $\mathcal{F}(\mathbb{R}^d, \mathbb{R})$ l'espace vectoriel des fonctions définies sur $\mathbb{R}^d$ à valeurs dans $\mathbb{R}$, et $\mathcal{C}_d$ le sous-ensemble de $\mathcal{F}(\mathbb{R}^d, \mathbb{R})$ formé des fonctions continues.

Le but du problème est de chercher les fonctions $f \in \mathcal{C}_2$ telles que :

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, \forall z \in \mathbb{R} \quad f(x,y) = f(x+z, y+z), \qquad (T)$$

et

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, \forall z \in \mathbb{R} \quad f(x,y) + f(y,z) = f(x,z), \qquad (A)$$

c'est-à-dire les fonctions continues invariantes par translation diagonale et additives au sens de $(A)$.

### Partie I - Étude de l'invariance par translation

1. Montrer que l'ensemble $\mathcal{T}_2$, constitué des fonctions $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ qui vérifient $(T)$, forme un sous-espace vectoriel de $\mathcal{F}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$.
2. Soit $f \in \mathcal{T}_2$. Montrer que la fonction $f$ vérifie

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, \quad f(x,x) = f(y,y).$$

3. Montrer que si $f \in \mathcal{T}_2$, la fonction $g \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ définie par

$$g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R} \\ (x,y) & \mapsto & \left\{ \begin{array}{lll} |f(x,y)| & si & x < y, \\ |f(y,x)| & si & x \geq y. \end{array} \right. \end{array}$$

est encore invariante par translation diagonale, c'est-à-dire $g \in \mathcal{T}_2$.

4. Montrer que l'application

$$\Phi : \begin{array}{ccc} \mathcal{T}_2 & \to & \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \\ f & \mapsto & h : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ z & \mapsto & f(0, z) \end{array} \end{array}$$

définit un morphisme d'espace vectoriel.

5. Calculer le noyau $\mathcal{K}$ et l'image $\mathcal{I}$ du morphisme $\Phi$.

6. Montrer que le morphisme $\Phi$ induit un isomorphisme linéaire du quotient $\mathcal{T}_2/\mathcal{K}$ sur $\mathcal{I}$. Calculer l'inverse $\Psi$ de cet isomorphisme. Dans la définition de $\Psi$, on pourra identifier la fonction $f$ à son représentant dans $\mathcal{T}_2/\mathcal{K}$ sans perte de généralité.

7. Soit $a$ un nombre réel. Montrer que l'application

$$\Phi_a : \begin{array}{ccc} \mathcal{T}_2 & \to & \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \\ f & \mapsto & h : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ z & \mapsto & f(z, a\, z) \end{array} \end{array}$$

définit un morphisme d'espace vectoriel quel que soit $a \in \mathbb{R}$.

8. Lorsque $a \neq 1$, précisez si ce morphisme est injectif ou surjectif.

9. Montrer qu'il existe un réel $a^*$ tel que $\mathrm{Im}(\Phi_{\mathrm{a}^*})$ est l'ensemble des fonctions constantes.

10. Quel est le noyau de $\Phi_{a^*}$ ?

**Partie II - Étude de l'additivité.**

11. Montrer que l'ensemble $\mathcal{A}_2$, constitué des fonctions $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ qui vérifient $(A)$, forme un sous-espace vectoriel de $\mathcal{F}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$.

12. Soit $f \in \mathcal{A}_2$. Montrer que la fonction $f$ vérifie

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x,x) = 0.$$

13. On suppose que $f \in \mathcal{A}_2 \cap \mathcal{C}_2$. Montrer que la suite

$$S_N(f) = \sum_{n=1}^{N} f\left(\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}\right)$$

converge quand $N \to +\infty$. Calculer sa limite.

14. On suppose que $f$ est positive, montrer que la fonction $f$ est croissante par rapport à chacune de ces variables.

**Partie III - Étude des fonctions continues vérifiant $(T)$ et $(A)$.**

Soit $f \in \mathcal{C}_2 \cap \mathcal{T}_2 \cap \mathcal{A}_2$.

15. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a
$$f\left(0, \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} f(0,1).$$
16. Montrer pour tout $m \in \mathbb{N}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a
$$f\left(x, x + \frac{m}{n}\right) = \frac{m}{n} f(0,1).$$
17. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(0,x) = x f(0,1)$.
18. Montrer que pour tout $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (y-x) f(0,1)$.
19. Montrer que pour toute fonction $g \in \mathcal{C}_1$ et pour toute fonction $f \in \mathcal{C}_2 \cap \mathcal{T}_2 \cap \mathcal{A}_2$, la suite suivante est convergente
$$S_N(g,f) = \sum_{k=0}^{N-1} g\left(\frac{k}{N}\right) f\left(\frac{k}{N}, \frac{k+1}{N}\right)$$
20. Montrer que pour toute fonction $g \in \mathcal{C}_1$, on a $S_N(g,f) \to f(0,1) \displaystyle\int_0^1 g(x)dx$ quand $N \to +\infty$.
21. Pour toute fonction $g$ dérivable telle que $g' \in \mathcal{C}_1$ on définit la quantité suivante pour tout $x \in [0,1]$
$$D_N(g)(x) = \sum_{k=0}^{2^N-1} \left(g((k+1)2^{-N}) - g(k2^{-N})\right) 2^N \mathbb{1}_{[k2^{-N},(k+1)2^{-N}[}(x).$$
Montrer que la fonction $D_N(g)$ est bornée sur $[0,1]$ uniformément par rapport à $N \in \mathbb{N}^*$.
22. Montrer que pour tout $x \in [0,1[$, on a $D_N(g)(x) \to g'(x)$.
23. Pour toute fonction $g$ dérivable telle que $g' \in \mathcal{C}_1$ et pour toute fonction $f \in \mathcal{C}_2 \cap \mathcal{T}_2 \cap \mathcal{A}_2$ non-nulle, calculer la limite de
$$I_N(g,f) = \sum_{k=0}^{2^N-1} g'\left(\frac{k}{2^N}\right) f\left(\frac{k}{2^N}, \frac{k+1}{2^N}\right) / f(0,1)$$
en fonction de $f$ et $g$.
24. Montrer que pour tout $N \in \mathbb{N}^*$ la quantité
$$R_N(g,f) = \int_0^1 D_N(g)(x)dx - I_N(g,f).$$
converge vers 0 quand $N \to +\infty$.

## 2 Problème d'algèbre

L'objet du problème est l'étude des commutateurs de deux éléments dans les espaces vectoriels. Les parties II et III sont indépendantes de la partie I.

Dans tout le problème, on considère un entier naturel $n$ non nul et on note $E$ le $\mathbb{R}$-espace vectoriel $\mathbb{R}^n$. On note $\mathbf{0}_E$ le vecteur nul de $E$ et $\mathbf{id}_E$ l'endomorphisme identité de $E$.

Soient $f$ et $g$ deux endomorphismes de $E$, avec la notation $\circ$ pour définir la composition, on pose

$$f^0 = \mathbf{id}_E, \quad f^1 = f, \quad f^2 = f \circ f, \quad f^3 = f \circ f \circ f, \text{ etc .}$$

et on définit $[f, g]$ le commutateur de $f$ et $g$ par la quantité

$$[f, g] = f \circ g - g \circ f.$$

Pour $x = (x_1, \ldots, x_n)$ un élément de $E$ noté en ligne, on note $x^T$ sa transposée qui forme donc un vecteur colonne. Cette notation s'applique également à tout autre élément de $E$ apparaissant dans la suite de l'énoncé. On note $\mathbb{R}[X]$ l'espace vectoriel des polynômes à coefficients réels et, pour tout entier naturel $k$, on note $\mathbb{R}_k[X]$ le sous-espace vectoriel formé par les éléments de $\mathbb{R}[X]$ qui sont de degré inférieur ou égal à $k$.

Si $f$ est un endomorphisme de $E$ et si

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$$

avec $P$ un élément de $\mathbb{R}_n[X]$, on rappelle qu'on note $P(f)$ l'endomorphisme de $E$ égal à

$$P(f) = \sum_{k=0}^{n} a_k f^k.$$

**Partie I**

1. Soit une suite de réels $a_{2k} = 2^k$ pour $k \in \mathbb{N}$ et $a_{2k+1} = 0$. Calculer le rayon de convergence de la série entière définie pour $z \in \mathbb{C}$ par

$$\sum_{k=0}^{+\infty} a_k z^k.$$

2. Soit une suite de complexes $a_k = \dfrac{(-i)^k (k+i)}{k!}$ pour $k \in \mathbb{N}$. Calculer le rayon de convergence de la série entière définie pour $z \in \mathbb{C}$ par

$$\sum_{k=0}^{+\infty} a_k z^k.$$

3. Montrer que $[f, g]$ est un endomorphisme de $E$.

4. Soit $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$ une série entière donnée sans coefficient nul. Pour tout $k \in \mathbb{N}$ on définit un polynôme $P_k \in \mathbb{R}_k[X]$ par
$$P_k(X) = a_k X^k.$$
Soit $N \in \mathbb{N}$. Montrer que si $[f, g] = \mathbf{0}_E$, il existe une suite $(b_{k,N})_{k\in\mathbb{N}}$ telle que
$$P_N(f+g) = \sum_{k=0}^{N} b_{k,N} P_k(f) \circ P_{N-k}(g)$$
5. Dans le cas $a_k = \dfrac{1}{k!}$ et $[f, g] = \mathbf{0}_E$. Montrer que $b_{k,N} = 1$ pour tout $k$ et pour tout $N \in \mathbb{N}$.
6. Dans le cas $a_k = \dfrac{1}{k!}$ et $[f, g] \neq \mathbf{0}_E$. Montrer que $P_2(f+g) - \displaystyle\sum_{k=0}^{2} P_k(f) \circ P_{2-k}(g) = \frac{1}{2}[g, f]$.
7. Montrer que $F_N = \displaystyle\sum_{k=0}^{N} P_k(f)$ converge quand $N$ tend vers $+\infty$ vers un endomorphisme.

**Partie II**

8. Soit $x$ un élément non nul de $E$ et $y$ un élément de $E$. Montrer qu'il existe au moins une matrice réelle $M_0$ de taille $n \times n$ tels que
$$M_0\ x^T = y^T$$
9. Montrer que le choix de la matrice n'est pas unique si $n \geq 2$. C'est-à-dire qu'il existe au moins un élément $z \in E$ avec $z \neq \mathbf{0}_E$, et deux matrices réelles distinctes $M$ et $N$ de tailles $n \times n$ telles que
$$Mz^T = Nz^T.$$
10. Soit $f$ un endomorphisme de $E$. Montrer qu'il existe une matrice $M$ de taille $n \times n$ telle que pour tout $y \in E$,
$$My^T = f(y)^T.$$
11. Montrer que la matrice construite à la question précédente est unique. Pour chaque endomorphisme $f$ de $E$, on notera alors $M_f$ la matrice associée par la construction précédente.
12. Montrer que l'application
$$\Phi : \left\{ \begin{array}{rcl} (\text{Endomorphismes}(E), +, \circ) & \longrightarrow & (\text{Matrices réelles de taille } n \times n, +, \times) \\ f & \mapsto & \Phi(f) = M_f \end{array} \right.$$
est un morphisme d'anneau.
13. Soient $f$ et $g$ deux endomorphismes de $E$. Montrer que
$$\Phi([f, g]) := M_{[f,g]} = M_f \times M_g - M_g \times M_f.$$

**Partie III**

Pour $f$ un endomorphisme de $E$, on note $C_f$ l'ensemble des endomorphismes $g$ de $E$ tels que $M_{[f,g]}$ est la matrice identiquement nulle, c'est-à-dire

$$C_f := \{g : E \to E \text{ endomorphisme } : M_f \times M_g = M_g \times M_f\}.$$

14. Pour $f = \mathbf{id}_E$, montrer que $C_{\mathbf{id}_E}$ est constitué de l'ensemble des matrices réelles de taille $n \times n$.
15. Montrer que $C_f$ est un sous-groupe additif des matrices réelles de taille $n \times n$.
16. Montrer que $C_f$ est un sous-anneau des matrices réelles de taille $n \times n$.
17. Montrer que $C_f$ est un sous-espace vectoriel des matrices réelles de taille $n \times n$.
18. Soit $D$ une matrice diagonale de taille $2 \times 2$ et $d$ l'endomorphisme associé par la base canonique. Montrer que
$$d \in \mathbb{R}.\mathbf{id}_E \quad \Longrightarrow \quad C_d = \mathcal{M}_{2,2},$$
et
$$d \notin \mathbb{R}.\mathbf{id}_E \quad \Longrightarrow \quad C_d = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a, d \in \mathbb{R}, b = c = 0 \right\}.$$
19. Soit $f$ un endomorphisme dont la matrice $M_f$ est diagonalisable, c'est-à-dire qu'il existe une matrice de passage $R$ et une matrice diagonale $D$ telles que
$$M_f = R^{-1}DR$$
Montrer que si $g \in C_f$ et $M_g$ est diagonalisable, alors il existe une matrice de passage $Q$, une matrice diagonale $\Delta$ et une matrice diagonale $\widetilde{D}$ telle que
$$M_g = Q^{-1}\Delta Q \quad \text{et} \quad M_f = Q^{-1}\widetilde{D}Q.$$
20. Montrer qu'il existe une matrice $S$ telle que $\widetilde{D} = S^{-1}DS$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – DAKAR

AVRIL 2019

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

***Dans toute cette épreuve, $R$ désigne l'ensemble des nombres réels.***

## Exercice n° 1

On considère la fonction $f$ définie sur $R$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$$

1. Etudier la convexité de $f$.

2. Etudier les variations de $f$ et tracer son graphe.

3. Soit la fonction $h$ définie sur $R$ par : $h(x) = e^{-x} f(x)$. Calculer $I = \int_0^1 h(x)h(-x)\,dx$.

## Exercice n° 2

Soit la fonction numérique $f_\alpha$ définie par $f_\alpha(x) = x^\alpha + Ln(1+x^2)$, où $\alpha$ est un nombre réel quelconque et $Ln$ désigne le logarithme népérien.

1. Déterminer le domaine de définition de $f_\alpha$ selon les valeurs de $\alpha$ .
2. Etudier les variations et tracer les graphes de $f_1$ et $f_2$. Comparer ces deux graphes sur $R^+$.
3. Etudier la suite $(u_n)$ définie par : $u_{n+1} = f_1(u_n)$ et $u_0 > 0$ .
4. Etudier la suite $(v_n)$ définie par : $v_{n+1} = f_2(v_n)$ et $v_0 > 0$ .

5. Pour $n \in N$ , on pose : $I_n = \int_1^n f_n(x)\,dx$.

- Calculer $I_2$
- Etudier la suite $(I_n)$

## Exercice n° 3

Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \alpha \\ \beta & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, où $\alpha$ et $\beta$ sont des paramètres réels.

1. Etudier la diagonalisation de *M* selon les valeurs de $\alpha$ et $\beta$.

2. On suppose $\alpha = 1$ et $\beta = 0$.
Calculer, pour tout $n \in N$, $M^n$ et $(M + I)^n$, où *I* désigne la matrice unité d'ordre 3.

3. On suppose $\alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta = 1, \alpha - \beta \neq 1$, calculer $M^n$, pour tout $n \in N$.

## Exercice n° 4

Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Calculer $V = {}^tM\,M$, où ${}^tM$ désigne la transposée de la matrice *M*.

2. Déterminer les valeurs propres de la matrice *V*.

3. Trouver un vecteur unitaire *u* de $R^3$ tel que $V\,u = 2u$.

4. Déterminer la matrice (dans la base canonique) de la projection orthogonale, dans $R^3$, sur la droite vectorielle *D* engendrée par *u*.

5. Si chaque ligne de la matrice *M* correspond à une observation, quelle est l'observation dont la projection orthogonale sur *D* a la plus grande longueur ?

6. Déterminer les vecteurs propres de la matrice *V*.

7. Résoudre $Max \left\{ {}^t v V v \;/\; v \in R^3, \|v\| = 1 \right\}$.

## Exercice n° 5

Pour $x \in R$, on considère l'intégrale généralisée : $K(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin^2(t\,x)}{t^2}\,dt$

1. Montrer que $K : x \mapsto K(x)$ définit une application de $R$ dans $R$ et étudier sa parité.

2. Pour $x>0$, calculer $K(x)$ en fonction de $K(1)$ que l'on ne cherchera pas à calculer et en déduire l'expression de $K(x)$ pour tout $x \in R$.

3. Soit $F(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin^2(t\,x)}{t^2\,(1+t^2)}\,dt$

- Montrer que $F$ est bien définie sur $R$.
- Trouver un équivalent de $F(x)$ au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$ (on pourra comparer $F$ et $K$).

4. Soit $G(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin(2t\,x)}{t\,(1+t^2)}\,dt$

- Montrer que $G$ est convergente.
- Pour $x, h \in R$, monter l'inégalité suivante : $\left|\sin^2(t(x+h)) - \sin^2(tx) - th\sin(2tx)\right| \leq h^2\,t^2$.
- Montrer que $F$ est dérivable et que sa dérivée est égale à $G$.
- Montrer que $G$ est continue.

## Exercice n° 6

1. Soit $M : (a,b,c) \in C^3 \mapsto M(a,b,c) = \begin{pmatrix} a & 3c & 3b \\ b & a & 3c \\ c & b & a \end{pmatrix}$, où $C$ désigne l'ensemble des nombres complexes. Montrer que $M$ est un isomorphisme d'espaces vectoriels entre $C^3$ et $E = \left\{M(a,b,c) \;/\; (a,b,c) \in C^3\right\}$ et déterminer une base de $E$.

2. Soit la matrice $U = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, calculer $U^n$ pour tout $n \in N$.

3. Calculer $M(a,b,c) \times M(a, jb, j^2c) \times M(a, j^2b, jc)$, où $j$ désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $2\pi/3$.

4. Déterminer, quand il existe, l'inverse de $M(a,b,c)$.

5. Déterminer les valeurs propres de $M(a,b,c)$. A quelle condition ces valeurs propres sont-elles distinctes ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – DAKAR

AVRIL 2019

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

CONTRACTION DE TEXTE
(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Le texte ci-après de Aboubacar Yacouba Barma, est un article publié dans « La Afrique Tribune » en mars 2017.

*Il doit être résumé en 150 mots (plus ou moins 10%). Vous indiquerez en fin de copie le nombre de mots utilisés.*

*Il sera tenu compte de l'orthographe, de la ponctuation et de la présentation de votre écrit.*

## La Chine, ce partenaire presque comme les autres

C'est un proverbe chinois qui le dit : *« quand tout va bien, on peut compter sur les autres, quand tout va mal on ne peut compter que sur sa famille »*. Ce qui cadre bien, aujourd'hui, avec la dynamique sur laquelle surfent les relations entre l'Afrique et la Chine. En 2009, en pleine crise financière mondiale qui a surtout impacté les pays développés, la Chine s'est érigée en premier partenaire commercial de l'Afrique. En 2015 et alors que les pays occidentaux peinaient toujours à se relever des répercussions de la crise économique mondiale et que la croissance chinoise ralentissait, l'empire du milieu annonçait un nouveau programme financier en faveur du continent doté d'une enveloppe de 60 milliards de dollars sur trois ans.

L'effort est assez soutenu si l'on tient compte des difficultés qui affectent l'économie chinoise ces dernières années avec des inquiétudes sur l'effondrement des colossales réserves de change du pays. Ce qui risque d'imposer une baisse de régime aux investissements chinois en Afrique. Une mauvaise nouvelle pour bon nombre de pays africains, principalement les plus riches en ressources naturelles, qui ont développé durant la dernière décennie, une forte dépendance à la demande chinoise. Mais comme le rappelle, encore, un autre proverbe chinois, *« dans la sécheresse on découvre les bonnes sources et dans la détresse, les bons amis »*, les autorités chinoises n'entendent point baisser la voilure et veulent maintenir intact le partenariat construit en moins de deux décennies avec l'Afrique.

C'est d'ailleurs la teneur du message adressé aux présidents africains par leur homologue chinois, Xi Jinping, lors de la dernière édition du Forum de coopération Afrique-Chine (FOCAC) qui s'est tenue en décembre 2015 à Johannesburg et au cours de laquelle, les engagements de la Chine en Afrique pour les prochaines années ont été dévoilés. Cette approche chinoise qui consiste à se porter toujours au secours des économies africaines en pleine expansion, en fait toute la particularité. On se rappelle d'ailleurs que c'est au moment où l'Afrique était presque délaissée, surtout par les anciennes puissances coloniales et les institutions financières internationales, que la Chine s'est invitée sur le continent. Une mise gagnante puisque cette entrée en force de la Chine en Afrique est intervenue presqu'au moment où les pays africains amorçaient leurs cycles des « trente glorieuses », avec une dynamique de croissance sans précédent, laquelle a remis à jour tout le potentiel dont recèle le continent en matière d'opportunités économiques. La dynamique de la décennie 2000 à 2010 a d'ailleurs été fortement soutenue par la Chine qui en plus des investissements massifs dans plusieurs pays a parallèlement renforcé son influence diplomatique et sa présence économique directe en Afrique. Seuls les chiffres permettent de mesurer l'ampleur désormais prise par les relations économiques et commerciales sino-africaines. En plus de la série des annulations des dettes et de l'engagement financier à hauteur de 20 milliards de dollars déjà promis en 2012 et concrétisé depuis (à la suite des 5 milliards engagés dans les années 2000), les échanges commerciaux entre la Chine et l'Afrique ont cru de manière vertigineuse. De 10 milliards de dollars en 2000, le commerce Chine-Afrique a franchi le cap des 200 milliards en 2014 alors que les investissements chinois sur le continent ont dépassé les 30 milliards de dollars.

En 2016, l'empire du milieu représentait 10% des relations économiques de l'Afrique alors que la part des échanges commerciaux entre les pays du continent et la Chine a progressé de moins de 4% à plus de 20% sur les 15 premières années du nouveau millénaire. Il est projeté qu'à l'horizon 2020, la valeur du commerce Chine-Afrique, dépasse le cap des 400 milliards, ce qui conforterait la place de premier partenaire stratégique de l'économie africaine que s'arroge désormais la deuxième économie du monde.

## Partenariat gagnant-gagnant

Le partenariat gagnant-gagnant qu'offre la Chine à l'Afrique ne devrait toutefois pas, occulter certains aspects qui reflètent une image assez négative, celle d'un « néo-colonialisme déguisé ». Il y a quelques années déjà, l'ancien gouverneur de la Banque centrale du Nigéria, Sanussi Lamido, avait mis en garde les responsables africains contre les effets pervers de l'offensive chinoise sur les ressources naturelles africaines. L'audience internationale qui a suivi cette sortie ressemble à bien des égards, et toute proportion gardée, à l'œuvre de l'économiste zambienne Dambisa Moyo, qui quelques années plus tôt, mettait en exergue les limites de l'aide publique internationale pour le développement en Afrique.

Si la dynamique des relations sino-africaines suscite aussi des critiques, elle sert aussi d'alternative aux pays africains surtout dans le nouveau contexte socioéconomique et politique des dernières années. Confrontés à une explosion des attentes sociales et un déficit criant en infrastructures, un handicap pour atteindre la croissance nécessaire à la prise en compte des défis contemporains, les responsables africains voient en la Chine un passage. Surtout à l'heure où l'aide internationale se fait de plus en plus rare et les marchés financiers de plus en plus exigeants en termes de critères pour accéder à certaines ressources, même au niveau des institutions financières ou des agences de développement. Ce n'est pas pour rien qu'aujourd'hui, Pékin est devenue une destination de premier choix pour les présidents africains tout comme l'a été à une certaine époque, et parfois bien plus, Paris ou Bruxelles à titre d'exemples.

Les capitales occidentales sont certes le passage obligé pour une reconnaissance internationale, alors Pékin est devenue l'étape privilégiée pour les dirigeants africains en quête de soutien pour financer les programmes de développement qu'ils ont élaboré. Et Pékin a su toujours se montrer généreuse, en échange de quelques contres parties. Un échange de bons procédés, financement contre matières premières qui représente un moindre mal pour beaucoup de chefs d'Etat africains qui misent avant tout sur leurs potentiels en ressources naturelles pour développer leurs économies.

## Prometteuse « Chine-Afrique »

Aujourd'hui, la Chine s'impose comme le partenaire commercial par excellence du continent. Dans un contexte marqué par une rude concurrence pour l'accès aux marchés africains, que se livrent les anciennes puissances et les économies émergentes, la Chine a un statut des plus « particulier ». Tant par l'ampleur des échanges économiques mais aussi par les perspectives en matière de partenariat commercial surtout que les relations sino-africaines ont su jusque-là faire preuve d'adaptation à l'évolution de l'économie africaine.

Ce partenariat n'est certes pas exempt de critiques comme bien des analystes l'ont mis en exergue mais au final, il s'inscrit dans la même dynamique qui sous-tend l'expansion des autres partenaires intéressés par cette « niche africaine ». C'est ce qu'a d'ailleurs relevé la Banque africaine de développement (BAD) dans un rapport publié en 2011, alors que la dynamique sino-africaine soulevait encore beaucoup d'interrogations sur les réelles motivations de la Chine en Afrique et surtout les effets de sa stratégie de partenariat à l'égard des pays africains. Dans ce rapport intitulé : *«La Chine et l'Afrique : un nouveau partenariat pour le développement ?»*, la BAD qui a passé au crible les ressorts de ces relations, estime que *«les pratiques de la Chine en tant que prestataire d'aide et de financement du développement ne sont pas aussi différentes de celles des autres donateurs qu'on le pense habituellement»*, et d'étayer *«la marge d'amélioration est conséquente pour l'ensemble des acteurs du système mondial d'aide et de financement du développement»*. Consciente des critiques abondantes dont elle fait l'objet, la Chine essaie tant bien que mal d'adapter sa stratégie africaine tout en veillant à ne pas occulter les ingrédients qui ont fait le succès de sa recette.

De l'approche première qui a été schématisé par une sorte de troc des temps modernes, « soutien financier contre matières premières », la Chine est en train de se greffer comme un acteur majeur des perspectives d'évolution de l'économie africaine et de partenaire de développement. Les nouvelles niches sur lesquelles misent les investisseurs chinois, portés par une ambition politique au plus haut sommet de l'Etat, dans de nouveaux créneaux comme les services, l'agriculture et l'industrie, témoignent d'une forte volonté du pays de s'implanter durablement en Afrique. A cela s'ajoute une stratégie d'influence tout azimut avec toujours ce même *« soft power »* qui constitue la marque de fabrique de la Chine, celui de la non-ingérence dans les affaires intérieures des pays africains et des contributions financières sans conditions. Cela, même lorsque le pays s'ouvre sur de nouveaux créneaux comme la lutte contre les menaces sécuritaires, l'aide humanitaire ou le maintien de la paix sur le continent. C'est peut-être une manière prudente et prospective pour le pays qui ambitionne de se hisser au rang de première puissance mondiale, d'anticiper sur le futur en consolidant d'une part son influence sur le continent et aussi et surtout d'autre part, de sécuriser ses sources d'approvisionnements en matières premières tout autant que ses débouchés commerciaux.

Dans un cas comme dans l'autre, le renforcement du positionnement de la Chine en Afrique a de quoi augurer d'opportunités de croissance pour les pays du continent qui sauront le mieux se positionner. C'est d'ailleurs cette perspective de développement des pays africains et surtout de leur plus grande intégration dans les chaines de valeurs mondiales, qui apportera un nouveau souffle dans les relations entre le continent et ses multiples partenaires. A ce jeu, force est d'avouer que pour l'heure, c'est la *ChinAfrique* qui bénéficie des meilleures côtes...

**Par Aboubacar Yacouba Barma**

« La Afrique Tribune », mars 2017